

Задачи олимпиады «Жас математик 2016»

1 тур

1. Решить в целых числах систему уравнений:
$$\begin{cases} xy + z = 94 \\ x + yz = 95 \end{cases}$$

5 баллов

2. У мальчика был один лист бумаги, который он разделил на 4 части. Четвертую часть количества имеющихся кусков бумаги мальчик выбросил. Каждый из оставшихся кусков мальчик разделил опять на 4 части и опять выбросил четвертую часть имеющихся кусков бумаги. Мальчик повторил такую процедуру ещё 6 раз. Сколько всего кусков бумаги мальчик выбросил?

5 баллов

3. Найти значение выражения:
$$\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$$

5 баллов

4. В треугольник вписана окружность радиуса r . Касательные к этой окружности, параллельные сторонам треугольника, отсекают от него три маленьких треугольника. Пусть r_1 , r_2 , r_3 - радиусы вписанных в эти треугольники окружностей. Докажите, что $r_1 + r_2 + r_3 = r$.

5 баллов

5. Вычислить (не используя калькулятор):
$$\log_6^2 9 + \frac{\log_6 324}{\log_4 6}$$

5 баллов

6. Разделить

а) треугольник (2 балла)

б) квадрат (2 балла)

на 4 выпуклых четырехугольника, чтобы никакие 2 и даже никакие 3 из них не образовывали выпуклой фигуры.

5 баллов